

УДК 517.977.58

© А. А. Красовский, А. М. Тарасьев

**ОПТИМИЗАЦИЯ ВРЕМЕНИ ОСТАНОВКИ
В МНОГОУРОВНЕВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ¹**

Рассматривается приложение динамической модели оптимального времени остановки к задаче оптимизации инновационного процесса в конкурентоспособной рыночной среде. Предлагается алгоритм построения оптимального времени коммерциализации и оптимального инвестиционного плана. Дан анализ точек экстремума для моделей с кусочно-гладкими функциями распределения рынка.

Ключевые слова: функция цены, многоуровневая модель, оптимальное время остановки.

Рассматривается динамическая модель инновационного процесса, осуществляемого в рыночной среде. Модель сфокусирована на трех задачах: (1) оценка динамики рынка, (2) оптимизация времени коммерциализации, (3) синтез оптимального инвестиционного сценария. Динамика с эффектом запаздывания адаптируется для описания управляемого процесса инвестирования. Построение функционалов прибыли и затрат основано на интегральной функции платы в задаче оптимального управления с коэффициентами дисконтирования. Для определения траекторий рынка используется динамика, которая описывает инертное поведение рыночной среды с большим числом конкурентов.

В решении задачи синтеза [1, 2] оптимального уровня инвестиций используются основные конструкции для моделей оптимального роста с необратимым инвестированием и распределением ресурсов [3]. На основе принципа максимума Понтрягина строится оптимальный план для стратегии инвестирования. Оптимальная обратная связь генерирует оптимальные траектории роста технологии. В результате решения получается множество функций затрат, зависящих от моментов времени остановки [4]. Доказывается, что решение задачи оптимизации может быть разбито на два уровня: на первом уровне производится синтез обратной связи и вычисляются функции цены; на втором уровне оптимизируется функция

¹Работа поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований, 05-01-00601; грантом Российского гуманитарного научного фонда, 05-02-02118а; грантом поддержки ведущих научных школ, НШ-8512.2006.1; грантом Фонда содействия отечественной науке; ИАASA.

прибыли по времени остановки. При описании динамики рынка используется вероятностно-статистическая модель. Вероятность присутствия технологических конкурентов на рынке определяется функцией распределения, которая строится на основании эконометрического анализа [5]. Алгоритм построения оптимального времени остановки основан на качественном анализе экстремальных точек функции полезности, которые соответствуют точкам пересечения функции распределения рынка и кривой предельных затрат инновационного процесса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Красовский Н. Н., Субботин А. И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
2. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1969. 384 с.
3. Интрилигатор М., Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: АЙРИС ПРЕСС, 2002. 576 с.
4. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики. М.: ФАЗИС. 2004. 1056 с.
5. Айвазян С. А., Мхитарян В. С. Прикладная статистика и основы эконометрики. М.: ЮНИТИ, 1998. 1022 с.

Поступила в редакцию 02.02.08

A. A. Krasovskii, A. M. Tarasyev

Optimization of the stopping time in multilevel dynamic systems

A dynamic model of investment process in a market environment is designed. The model is focused on three decision making problems: identification of the market time trends; optimization of the commercialization time; optimal control design of the investment policy. A stochastic model based on probabilistic distributions for description of the price formation mechanism is realized for identification of the market trajectories. It is proved that extremum of the profit function coincide with points of intersection of the distribution function and the marginal costs. The model is calibrated based on the econometric data analysis.

Красовский Андрей Андреевич
Институт математики
и механики УрО РАН
620219, Россия, г. Екатеринбург,
ул. С. Ковалевской, 16
E-mail: ak@imm.uran.ru

Тарасьев Александр Михайлович
Институт математики
и механики УрО РАН
620219, Россия, г. Екатеринбург,
ул. С. Ковалевской, 16
E-mail: tam@imm.uran.ru